

PODOBNOST

Podobnost rovinných útvarů

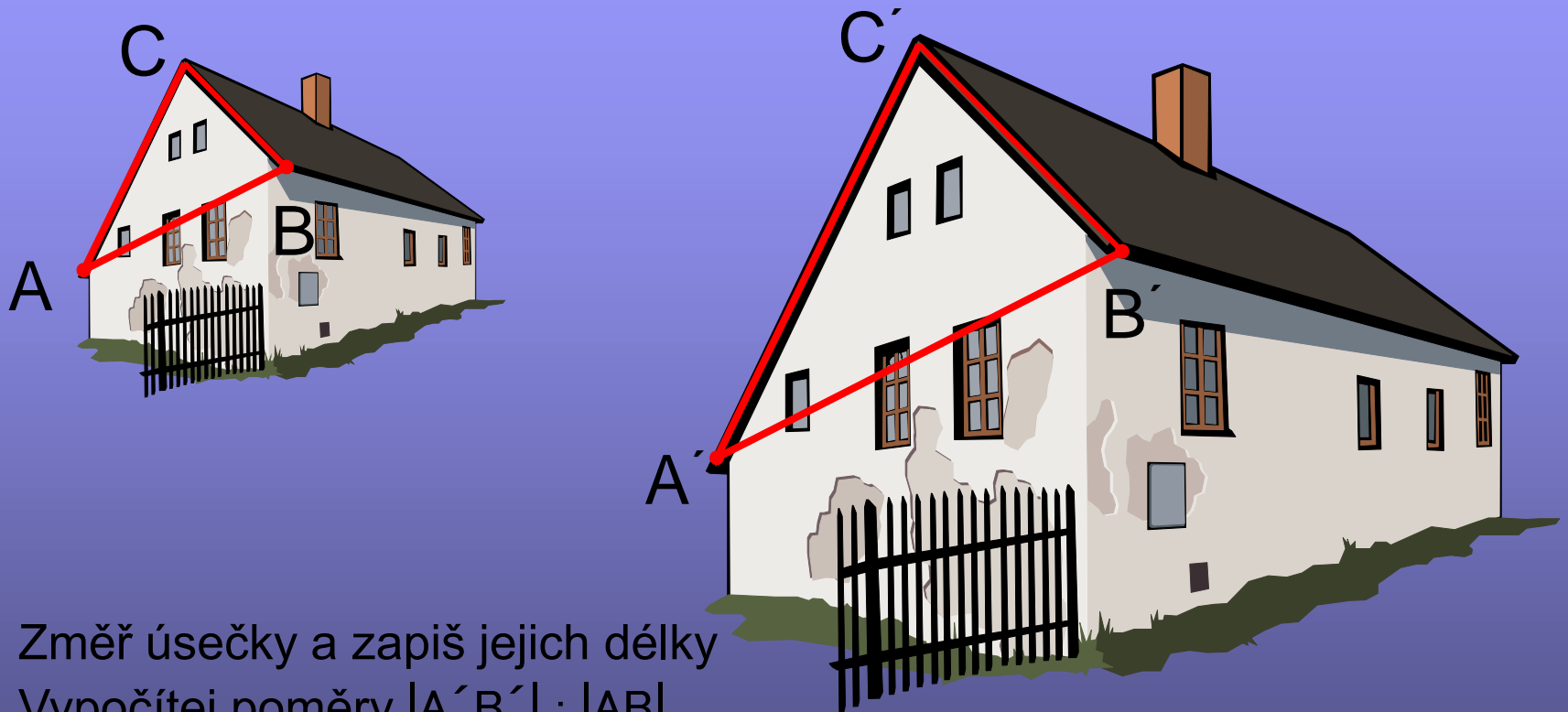
Podobnost rovinných útvarů

Otázky

1. Vysvětlete význam slova „podobný“.
2. Kde se setkáme s podobnými „útvary“ v praxi?
3. V jakých oblastech života se setkáme s podobností?

- zeměpis
- stavitelství
- konstrukce
- fotografie
- plány domu
- mapy států
- technické výkresy...

Podobnost rovinných útvarů



- Změř úsečky a zapiš jejich délky
- Vypočítej poměry $|A'B'| : |AB|$
 $|A'C'| : |AC|$
 $|B'C'| : |BC|$
- Porovnej sobě odpovídající si úhly – úhloměr, průsvitka

Podobnost rovinných útvarů

Závěry práce s pracovním listem:

- **Poměry dvojic odpovídajících si stran v trojúhelnících ABC a $A'B'C'$ jsou si rovny.**
- **Odpovídající si úhly v obou trojúhelnících jsou shodné.**
- Poznámka:
 - Při porovnávání délek úseček zachováváme pořadí:
druhý obrázek s **prvním** obrázkem.
 - Při sestavování poměrů zachováváme uspořádání:
obraz ku vzoru.

Podobnost geometrických útvarů

- Dva geometrické útvary nazýváme **podobné**, jestliže poměry délek všech dvojic odpovídajících si úseček těchto útvarů se rovnají témuž číslu $k > 0$.
- Toto číslo nazýváme **poměr podobnosti**.

Zapíšeme: rovinný útvar O_1 je podobný s O_2

$$O_1 \sim O_2$$

- Každé dva odpovídající si úhly podobných útvarů jsou **shodné**.

Podobnost geometrických útvarů

- **poměr podobnosti**

$$|X'Y'| : |XY| = k$$

$$|X'Y'| = k \cdot |XY|$$

Vyjadřuje přímou úměrnost délek odpovídajících si úseček.

- Platí:

$k > 1$ zvětšení

$0 < k < 1$ zmenšení

$k = 1$ shodnost

Podobnost geometrických útvarů

- **Příklady na procvičení**

1. Trojúhelníky ABC , KLM , PQR , XYZ jsou dány délkami stran:

$$\Delta \quad ABC: a = 6 \text{ cm}, b = 4 \text{ cm}, c = 3 \text{ cm}$$

$$\Delta \quad KLM: k = 12 \text{ cm}, l = 8 \text{ cm}, m = 5 \text{ cm}$$

$$\Delta \quad PQR: p = 9 \text{ cm}, q = 6 \text{ cm}, r = 4,5 \text{ cm}$$

$$\Delta \quad XYZ: x = 3 \text{ cm}, y = 2 \text{ cm}, z = 1,5 \text{ cm}$$

a) Určete dvojice podobných trojúhelníků a rozhodněte, zda se jedná o zvětšení nebo zmenšení.

b) Vybranou dvojici podobných trojúhelníků sestrojte a změřte odpovídající si úhly.

Řešení:

ΔABC a ΔKLM

$$k : a = 12 : 6 = 2$$

$$l : b = 8 : 4 = 2$$

$$m : c = 5 : 3 = 1,66$$

Δ nejsou podobné

ΔABC a ΔXYZ

$$x : a = 3 : 6 = 0,5$$

$$y : b = 2 : 4 = 0,5$$

$$z : c = 1,5 : 3 = 0,5$$

Δ jsou podobné
 $k < 1 \Rightarrow$ zmenšení

ΔKLM a ΔXYZ

$$x : k = 3 : 12 = 0,25$$

$$y : l = 2 : 8 = 0,25$$

$$z : m = 1,5 : 5 = 0,3$$

Δ nejsou podobné

ΔABC a ΔPQR

$$p : a = 9 : 6 = 1,5$$

$$q : b = 6 : 4 = 1,5$$

$$r : c = 4,5 : 3 = 1,5$$

Δ jsou podobné

$k > 1 \Rightarrow$ zvětšení

ΔKLM a ΔPQR

$$p : k = 9 : 12 = 0,75$$

$$q : l = 6 : 8 = 0,75$$

$$r : m = 4,5 : 5 = 0,9$$

Δ nejsou podobné

ΔPQR a ΔXYZ

$$x : p = 3 : 9 = 1/3$$

$$y : q = 2 : 6 = 1/3$$

$$z : r = 1,5 : 4,5 = 1/3$$

Δ jsou podobné

$k < 1 \Rightarrow$ zmenšení

Podobnost geometrických útvarů

2. O obdélnících $KLMN$ a $EFGH$ víte, že jsou podobné. Pro $|KL| = 5$ m, $|LM| = 4$ m, $|EF| = 12,5$ m určete poměr podobnosti a vypočítejte délku strany FG .

Řešení:

$$|EF| : |KL| = 12,5 : 5 = 2,5$$

$$k = 2,5$$

zvětšení

$$|FG| : |LM| = 2,5$$

$$|FG| = 2,5 \cdot |LM|$$

$$|FG| = 2,5 \cdot 4$$

$$|FG| = 10 \text{ m}$$

Podobnost geometrických útvarů

3. Obdélník O_1 má strany o délkách $a = 2,5 \text{ dm}$, $b = 5 \text{ dm}$.
Vypočítejte rozměry podobného obdélníku O_2 , je-li
poměr podobnosti $k = 4$.

Dále vypočítejte poměr obsahů obdélníků O_2 , O_1
a porovnejte ho s poměrem podobnosti stran.

Řešení:

obsahy:

$$\begin{array}{llll} a' : a = 4 & b' : b = 4 & S' = a' \cdot b' & S = a \cdot b \\ a' = 4 \cdot 2,5 & b' = 4 \cdot 5 & S' = 10 \cdot 20 & S = 2,5 \cdot 5 \\ \mathbf{a' = 10 \text{ dm}} & \mathbf{b' = 20 \text{ dm}} & \mathbf{S' = 200 \text{ dm}^2} & \mathbf{S = 12,5 \text{ dm}^2} \end{array}$$

$$S' : S = 200 : 12,5 = \mathbf{16}$$

Poměr obsahů podobných rovinných útvarů = k^2